Questions / Note	Scope: Equazioni differenziali – Definizioni
	Page 1

Equazioni differenziali – Definizioni

DEFINIZIONI Un equazione differenziale in cui l'incognita è una funzione e le sue derivate

$y'+y=x$ esempio di notazione di un'equazione differenziale

$y'(x)+y(x)=x$ altro esempio di notazione

$\frac{d}{dx}y+y=x$ altro esempio di notazione

CLASSIFICAZIONE Per la classificazione di un equazione differenziale occorre considerare:

TIPOLOGIA Ordinarie, una sola incognita: $y(x)$
derivate parziale: $u(x,t)$

ORDINE Grado delle derivate

LINEARITÀ Equazione lineare: $y''+p(x)y'+y=g(x)$
Equazione non lineare: $y''+p(x)y^2=g(x)$ Presenza termine y^2

OMOGENEITÀ Eq. omogenea: $y''+y'+y=0$ termine noto nullo
Eq non omogenea: $y''+y'+y=p(x)$ termine noto non nullo

CONDIZIONI INIZIALI Dette anche condizioni di Cauchy, sono i valori della funzione e delle sue n-1 derivate in un determinato punto di modo che quando si calcola l'integrale di risoluzione si ottiene una costante definita.

SOLUZIONE PARTICOLARE Valore dell'integrale della soluzione quando sono fissate le condizioni iniziali.

EQUAZIONE ASSOCIATA Riscrittura di un equazione di I° grado sostituendo all'incognita e le sue derivate un termine elevato alla potenza corrispondente al grado della derivata, le cui radici, a seconda del loro tipo, permetto di trovare una soluzione generale.

EQUAZIONE I° GRADO

VARIABILI SEPARABILI $y'=f(x)g(y) \longrightarrow \int \frac{1}{g(y)}dy=\int g(x)dx$ C.N. $g(y)\neq 0$

LINEARI $y'+p(x)y=q(x) \longrightarrow$ 1) Sia $P(x)$ una primitiva di $p(x)$
2) Riscrivo y come $y(x)$
ottengo:

$$\underline{e^{P(x)}y'(x)+e^{P(x)}p(x)y(x)}=\frac{d}{dx}e^{P(x)}y(x)=e^{P(x)}q(x)$$

$$e^{P(x)}y(x)=\int e^{P(x)}q(x)\,dx$$ SOLUZIONE

Equazioni II° grado

Lineari a coefficienti costanti

$ay'' + by' + c = 0 \longrightarrow$ Uso dell'equazione omogenea associata

$ar^2 + br + c = 0$

trovo le soluzioni dell'equazione dopodiché ricorro alla tabella nel seguito.

Non omogenee

$ay'' + by' + c = q(x) \longrightarrow$ trovo la soluzione dell'equazione omogenea associata, ed una soluzione particolare della non omogenea con il METODO DELLA SOMIGLIANZA oppure delle VARIAZIONI DELLE COSTANTI.

Tabella soluzioni eq. omogenea

tipo di radice	Tipo di Soluzioni	base	Soluzione generale
soluzioni reali e distinte		$[y_1(x), y_2(x)] = [e^{\lambda_1 x}, e^{\lambda_2 x}]$	$y(x) = c_1 e^{\lambda_1 x} + c_2 e^{\lambda_2 x}$
soluzioni reali e coincidenti		$[y_1(x), y_2(x)] = [e^{\lambda x}, xe^{\lambda x}]$	$y(x) = c_1 e^{\lambda x} + c_2 x e^{\lambda x}$
soluzioni complesse	$\lambda_{1,2} = \alpha \pm i\beta$	$[y_1(x), y_2(x)] = [e^{\alpha x}\cos(\beta x), e^{\alpha x}\sin(\beta x)]$	$y(x) = c_1 e^{\alpha x}\cos(\beta x) + c_2 e^{\alpha x}\sin(\beta x)$

$\lambda_{1,2}$ sono le soluzioni dell'omogenea associata.

Metodo della somiglianza

Consiste nello scrivere una soluzione particolare in una forma somigliante al termine non omogeneo ma variando, ad esempio, le costanti. Successivamente derivo la soluzione particolare tante volte quant'è l'ordine dell'equazione differenziale dopodiché sostituisco la soluzione particolare e le sue derivate nell'equazione differenziale e ricavo, ad esempio, le costanti in modo da ricavare la soluzione particolare.

Soluzione particolare soluzione dell'eq. diff.

Quando la parte non omogenea compare nella soluzione dell'equazione omogenea associata moltiplico per x la parte non omogenea tante volte da renderla differente alla parte di soluzione dell'omogenea associata.